



练习册★

主编 肖德好

全品

学练考

高中数学¹

必修第一册 RJA

细分课时

分层设计

夯实基础

突出重点

详答案本

天津出版传媒集团
天津人民出版社

01

【课前预习】精炼呈现，使琐碎知识逻辑更清晰；诊断分析解决易错，排查知识陷阱

【学习目标】

1. 能说明对数的含义，解释对数的真数、底数的意义及其取值范围，明确对数与指数的关系，并能根据对数的定义进行指数式与对数式的互化.
2. 了解常用对数与自然对数的概念与表示.
3. 掌握对数的性质以及对数恒等式.

课 前 预 习

知识导学 素养初识

◆ 知识点一 对数的概念

1. 定义：一般地，如果 $a^x = N$ ($a > 0$, 且 $a \neq 1$)，那么数 x 叫作_____的对数，记作_____，其中 a 叫作对数的_____， N 叫作_____.
2. 以 10 为底的对数叫作_____，并把 $\log_{10} N$ 记为_____. 以无理数 $e = 2.718\ 28\cdots$ 为底的对数称为_____，并且把 $\log_e N$ 记为_____.
3. 根据对数的定义，可以得到对数与指数间的关系：当 $a > 0$, 且 $a \neq 1$ 时， $a^x = N \Leftrightarrow$ _____.

【诊断分析】1. 判断正误. (请在括号中打“√”或“×”)

- (1) $\log_a N$ ($a > 0$, 且 $a \neq 1$) 是 $\log_a$ 与 N 的乘积. ()
- (2) $(-2)^4 = 16$ 可化为 $\log_{(-2)} 16 = 4$. ()
- (3) 对数式 $\log_3 2$ 与 $\log_2 3$ 的意义一样. ()
- (4) 对数运算的实质是求幂指数. ()

2. 在对数概念中，为什么规定 $a > 0$, 且 $a \neq 1$ 呢？

02

【课中探究】采用分层式设计，通过题组、拓展形式凸显讲次重点

◆ 探究点三 求函数的值

例 4 已知函数 $f(x) = \frac{1}{1+x}$ ($x \in \mathbf{R}$ 且 $x \neq -1$)， $g(x) = x^2 + 2$ ($x \in \mathbf{R}$)，

- (1) 求 $f(2)$, $g(2)$ 的值；
- (2) 求 $f[g(2)]$ 的值.

变式 (1) 若函数 $g(x+2) = 2x+3$ ，则 $g(2)$ 的值是_____.

(2) 已知函数 $f(x) = \frac{1}{x}$, $g(x) = ax^2 - x$ ($a \in \mathbf{R}$)，

若 $f[g(1)] = 1$ ，则 $a =$ _____.

【素养小结】

求函数值的方法及关注点：

- (1) 方法：①已知 $f(x)$ 的解析式时，只需用 a 替换解析式中的 x 即得 $f(a)$ 的值；②求 $f[g(a)]$ 的值应遵循由里往外的原则.
- (2) 关注点：用来替换解析式中 x 的数 a 必须是函数定义域内的值，否则求值无意义.

拓展 [2024·杭州“六县九校”联盟高一联考] 设函数 $y = f(x)$ 的定义域为 $\{x | x > 0\}$ ， $f(xy) = f(x) + f(y)$ ，若 $f(9) = 6$ ，则 $f(3\sqrt{3})$ 等于 ()

- A. $\frac{3}{2}$
- B. 2
- C. $\frac{9}{4}$
- D. $\frac{9}{2}$

◆ 探究点三 函数单调性的应用

例 3 (1) 已知函数 $y = f(x)$ 在定义域 $(-1, 1)$ 上是减函数，且 $f(1-a) < f(2a-1)$ ，则实数 a 的取值范围为_____.

(2) 已知函数 $f(x) = -x^2 - 2(a+1)x + 3$.

- ①若函数 $f(x)$ 在区间 $(-\infty, 3]$ 上单调递增，求实数 a 的取值范围；
- ②若函数 $f(x)$ 的单调递增区间是 $(-\infty, 3]$ ，求实数 a 的值.

变式 (1) 若函数 $f(x) = x^2 + ax + b$ 在区间 $[1, 2]$ 上不单调，则实数 a 的取值范围为_____.

(2) [2024·福州高一期中] 函数 $y = f(x)$ 为定义在 $\mathbf{R}$ 上的增函数，若 $t \neq 0$ ，则一定有 ()

- A. $f(t) > f(2t)$
- B. $f(t^2) > f(t)$
- C. $f(t^2+t) > f(t)$
- D. $f(t^2+t) > f(t+1)$

(3) 若函数 $f(x) = \begin{cases} -x^2 + 2ax, & x < 2, \\ (6-a)x + 2, & x \geq 2 \end{cases}$ 是定义在

$\mathbf{R}$ 上的增函数，则实数 a 的取值范围为 ()

- A. $[2, 3)$
- B. $[2, 3]$
- C. $[2, 6)$
- D. $[2, 6]$

03

本章总结提升精选典型题和高考题，提前对接高考

◆ 题型三 指、对数函数性质的应用

[类型总述] (1)利用单调性比较大小；(2)指、对数复合函数的单调性.

例4 (1)(多选题)已知函数 $f(x) = \ln(e^{2x} + 1) - x$, 则 ()

- A. $f(x)$ 的定义域为 $\mathbf{R}$
 B. $f(x)$ 的值域为 $\mathbf{R}$
 C. $f(x)$ 为偶函数
 D. $f(x)$ 在区间 $[0, +\infty)$ 上单调递增

◆ 题型七 三角函数求值

[类型总述] 三角函数求值主要有三种类型:

(1)给角求值;(2)给值求值;(3)给值求角.

变式 (1)[2023·新课标Ⅱ卷] 已知 α 为锐角,

$\cos \alpha = \frac{1+\sqrt{5}}{4}$, 则 $\sin \frac{\alpha}{2} =$ ()

- A. $\frac{3-\sqrt{5}}{8}$ B. $\frac{-1+\sqrt{5}}{8}$
 C. $\frac{3-\sqrt{5}}{4}$ D. $\frac{-1+\sqrt{5}}{4}$

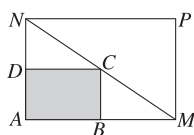
04

课时训练选题兼顾典型性和新颖性以及情境命题，增强学生思维训练

16. 现有如图所示的矩形地块 $AMPN$, 其中 $AM = 60$ m, $AN = 40$ m, 现根据市政规划建设占地如图中矩形 $ABCD$ 所示的幼儿园, 要求顶点 C 在地块的对角线 MN 上, B, D 分别在边 AM, AN 上.

(1)要使幼儿园的占地面积不小于 576 m^2 , AB 的长度应该在什么范围内?

(2)如何设计才能使幼儿园的占地面积最大? 最大面积是多少?



思维探索

15. [2024·湖北鄂东南省级示范高中高一期中] 设函数 $\varphi(x)$ 的定义域为 D , 如果存在区间 $[a, b] \subseteq D$, 使得 $\varphi(x)$ 在 $[a, b]$ 上的取值范围为 $[a, b]$ 且单调, 则称 $[a, b]$ 为函数 $\varphi(x)$ 的保值区间.

已知幂函数 $f(x) = (p^2 + p - 1)x^{p - \frac{1}{2}}$ 在 $(0, +\infty)$ 上单调递增.

(1)函数 $f(x)$ 的解析式为 $f(x) =$ _____;

(2)若函数 $\varphi(x) = 2f(x+1) - k$ 存在保值区间, 则实数 k 的取值范围是 _____.

05

精选试题，穿插设置滚动习题，无缝对接阶段性复习巩固

► 滚动习题 (七)

范围 4.3~4.4

(时间:45 分钟 分值:100 分)

一、单项选择题(本大题共 6 小题, 每小题 5 分, 共 30 分)

3. [2024·江苏无锡高一期末] 已知对数函数 $y = \log_a x$ ($a > 0$ 且 $a \neq 1$) 的图象过点 $(4, \frac{1}{2})$, 则 $\log_4 a =$ ()

- A. $\frac{1}{4}$ B. $\frac{1}{2}$
 C. 2 D. 4

5. 为了得到函数 $y = \log_3 \frac{x}{27}$ 的图象, 可以将函数 $y = \log_3 x$ 的图象 ()

- A. 向下平移 3 个单位长度
 B. 向上平移 3 个单位长度
 C. 向左平移 3 个单位长度
 D. 向右平移 3 个单位长度

二、多项选择题(本大题共 2 小题, 每小题 6 分, 共 12 分)

7. 下列函数中, 既是偶函数又在区间 $(1, +\infty)$ 上单调递增的是 ()

- A. $y = 3^{|x|+1}$
 B. $y = \ln(x+1) + \ln(x-1)$
 C. $y = x^2 + 2$
 D. $y = x^2 + \frac{1}{x^2}$

三、填空题(本大题共 4 小题, 每小题 5 分, 共 20 分)

9. [2024·天津滨海新区高一期末] 已知 $\lg 2 = a$, $\lg 3 = b$, 则用 a, b 表示 $\log_3 4 =$ _____.

Contents

P	预备知识 初高中衔接	
	PREKNOWLEDGE	
	衔接一 数与式	导 211
	衔接二 函数	导 213
01	第一章 集合与常用逻辑用语	
	PART ONE	
	1.1 集合的概念	练 001/导 216
	1.2 集合间的基本关系	练 003/导 218
	1.3 集合的基本运算	练 005/导 221
	第 1 课时 集合的并集、交集	练 005/导 221
	第 2 课时 集合的全集、补集	练 007/导 223
	🔗 滚动习题（一）[范围 1.1~1.3]	练 009
	1.4 充分条件与必要条件	练 011/导 225
	1.4.1 充分条件与必要条件	练 011/导 225
	1.4.2 充要条件	练 013/导 226
	1.5 全称量词与存在量词	练 015/导 228
	1.5.1 全称量词与存在量词	练 015/导 228
	1.5.2 全称量词命题和存在量词命题的否定	练 017/导 229
	🔗 滚动习题（二）[范围 1.4~1.5]	练 019
	🔗 本章总结提升	导 231
02	第二章 一元二次函数、方程和不等式	
	PART TWO	
	2.1 等式性质与不等式性质	练 021/导 234
	第 1 课时 不等关系与不等式	练 021/导 234
	第 2 课时 等式性质与不等式性质	练 023/导 235
	2.2 基本不等式	练 025/导 237
	第 1 课时 利用基本不等式求最值	练 025/导 237
	第 2 课时 基本不等式的简单应用	练 027/导 239
	2.3 二次函数与一元二次方程、不等式	练 029/导 240
	第 1 课时 二次函数与一元二次方程、不等式	练 029/导 240
	第 2 课时 一元二次不等式的简单应用	练 031/导 243
	🔗 滚动习题（三）[范围 2.1~2.3]	练 033
	🔗 本章总结提升	导 245

03	第三章 函数的概念与性质	
	PART THREE	
	3.1 函数的概念及其表示	练 035/导 248
	3.1.1 函数的概念	练 035/导 248
	第 1 课时 函数的概念（一）	练 035/导 248
	第 2 课时 函数的概念（二）	练 037/导 250
	3.1.2 函数的表示法	练 039/导 252
	第 1 课时 函数的表示法	练 039/导 252
	第 2 课时 分段函数	练 041/导 255
	3.2 函数的基本性质	练 043/导 257
	3.2.1 单调性与最大（小）值	练 043/导 257
	第 1 课时 函数的单调性	练 043/导 257
	第 2 课时 利用单调性求最值	练 045/导 260
	3.2.2 奇偶性	练 047/导 262
	第 1 课时 奇偶性的概念	练 047/导 262
	第 2 课时 奇偶性的应用	练 049/导 264
	🔗 滚动习题（四）[范围 3.1~3.2]	练 051
	3.3 幂函数	练 053/导 266
	3.4 函数的应用（一）	练 055/导 268
	🔗 滚动习题（五）[范围 3.1~3.4]	练 057
	🔗 本章总结提升	导 270

04	第四章 指数函数与对数函数	
	PART FOUR	
	4.1 指数	练 059/导 274
	4.1.1 n 次方根与分数指数幂	练 059/导 274
	4.1.2 无理数指数幂及其运算性质	练 059/导 274
	4.2 指数函数	练 061/导 276
	4.2.1 指数函数的概念	练 061/导 276
	4.2.2 指数函数的图象和性质	练 063/导 278
	第 1 课时 指数函数的图象和性质	练 063/导 278
	第 2 课时 指数函数的图象及其性质的应用	练 065/导 280
	🔗 滚动习题（六）[范围 4.1~4.2]	练 067

4.3 对数	练 069/导 283
4.3.1 对数的概念	练 069/导 283
4.3.2 对数的运算	练 071/导 285
4.4 对数函数	练 073/导 287
4.4.1 对数函数的概念	练 073/导 287
4.4.2 对数函数的图象和性质	练 075/导 289
第 1 课时 对数函数的图象和性质	练 075/导 289
第 2 课时 对数函数的图象及其性质的应用	练 077/导 291
习题课 指数函数与对数函数的图象与性质	练 079
4.4.3 不同函数增长的差异	练 081/导 293
滚动习题(七) [范围 4.3~4.4]	练 083
4.5 函数的应用(二)	练 085/导 295
4.5.1 函数的零点与方程的解	练 085/导 295
4.5.2 用二分法求方程的近似解	练 087/导 297
4.5.3 函数模型的应用	练 089/导 298
滚动习题(八) [范围 4.5]	练 091
本章总结提升	导 302

05 第五章 三角函数

5.1 任意角和弧度制	练 093/导 306
5.1.1 任意角	练 093/导 306
5.1.2 弧度制	练 095/导 309
5.2 三角函数的概念	练 097/导 311
5.2.1 三角函数的概念	练 097/导 311
5.2.2 同角三角函数的基本关系	练 099/导 314
5.3 诱导公式	练 101/导 317
第 1 课时 诱导公式(一)	练 101/导 317
第 2 课时 诱导公式(二)	练 103/导 318
滚动习题(九) [范围 5.1~5.3]	练 105

5.4 三角函数的图象与性质	练 107/导 320
5.4.1 正弦函数、余弦函数的图象	练 107/导 320
5.4.2 正弦函数、余弦函数的性质	练 109/导 322
第 1 课时 周期性与奇偶性	练 109/导 322
第 2 课时 单调性、最大值与最小值	练 111/导 325
5.4.3 正切函数的性质与图象	练 113/导 327
5.5 三角恒等变换	练 115/导 329
5.5.1 两角和与差的正弦、余弦和正切公式	练 115/导 329
第 1 课时 两角差的余弦公式	练 115/导 329
第 2 课时 两角和与差的正弦、余弦、正切公式	练 117/导 331
第 3 课时 二倍角的正弦、余弦、正切公式	练 119/导 333
5.5.2 简单的三角恒等变换	练 121/导 335
第 1 课时 三角函数式的化简与求值	练 121/导 335
第 2 课时 三角函数公式的应用	练 123/导 337
滚动习题(十) [范围 5.4~5.5]	练 125
5.6 函数 $y = A \sin(\omega x + \varphi)$	练 127/导 339
5.6.1 匀速圆周运动的数学模型	练 127/导 339
5.6.2 函数 $y = A \sin(\omega x + \varphi)$ 的图象	练 127/导 339
第 1 课时 函数 $y = A \sin(\omega x + \varphi)$ 的图象	练 127/导 339
第 2 课时 函数 $y = A \sin(\omega x + \varphi)$ 的图象与性质的应用	练 130/导 342
5.7 三角函数的应用	练 133/导 345
滚动习题(十一) [范围 5.6~5.7]	练 136
本章总结提升	导 349

◆ 参考答案(练习册)	练 139
◆ 参考答案(导学案)	导 355

>> 测 评 卷

单元素养测评卷(一) [第一章]	卷 01
单元素养测评卷(二) [第二章]	卷 03
单元素养测评卷(三) [第三章]	卷 05
阶段素养测评卷 [第一章~第三章]	卷 07

单元素养测评卷(四) [第四章]	卷 09
单元素养测评卷(五) [第五章]	卷 11
模块素养测评卷 [第一章~第五章]	卷 13
参考答案	卷 15

1.1 集合的概念

基础巩固

1. [2024·广东深圳名校高一期中] 下列对象的全体可以组成集合的是 ()

A. 人口密度大的国家
B. 所有美丽的城市
C. 地球上的四大洋
D. 优秀的高中生

2. [2024·辽宁朝阳高一期中] 下列说法正确的有 ()

① $\frac{1}{2} \in \mathbf{Q}$; ② $\sqrt{3} \in \mathbf{N}^*$; ③ $-1 \in \mathbf{N}$; ④ $2 + \sqrt{2} \in \mathbf{Q}$;

⑤ $\frac{1}{2} \notin \mathbf{Z}$.

A. 1 个
B. 2 个
C. 3 个
D. 4 个

3. 集合 $\{x \in \mathbf{N} | x < 5\}$ 的另一种表示方法是 ()

A. $\{0, 1, 2, 3, 4\}$
B. $\{1, 2, 3, 4\}$
C. $\{0, 1, 2, 3, 4, 5\}$
D. $\{1, 2, 3, 4, 5\}$

4. 已知集合 $P = \{y = x^2 + 1\}$, $Q = \{y | y = x^2 + 1\}$, $E = \{x | y = x^2 + 1\}$, $F = \{(x, y) | y = x^2 + 1\}$, $G = \{x | x \geq 1\}$, 则 ()

A. P 与 F 相等
B. Q 与 E 相等
C. E 与 F 相等
D. Q 与 G 相等

5. 集合 $A = \{x | x^2 - 5x + 6 = 0\}$, $B = \{x | x = 3a, a \in A\}$, 则集合 $B =$ ()

A. $\{9\}$
B. $\{6\}$
C. $\{6, 9\}$
D. $\{6\}$ 或 $\{9\}$ 或 $\{6, 9\}$

6. [2024·湖南长沙高一期中] 集合 $A = \{3, -1\}$, $B = \{m^2 - 2m, -1\}$, 且 A 与 B 中元素相同, 则实数 $m =$ ()

A. 3
B. -1
C. 3 或 -1
D. 1

7. 集合 $A = \left\{x \left| x \in \mathbf{Z}, \frac{8}{6-x} \in \mathbf{N} \right.\right\} =$ _____.

(用列举法表示)

8. 若集合 A 是不等式 $x - a > 0$ 的解集, 且 $2 \notin A$, 则实数 a 的取值范围是 _____.

9. 用适当的方法表示下列集合.

(1) 由 1, 2, 3 三个数字中的两个数字 (没有重复数字) 组成的自然数的集合;

(2) 方程 $\sqrt{2x+1} + |y-2| = 0$ 的解集;

(3) 平面直角坐标系中, 横纵坐标满足条件

$\begin{cases} 0 < x-1 < 3, \\ 0 \leq y+2 \leq 2 \end{cases}$ 的整数点 (横纵坐标均为整数) 组成的集合.

班级	
姓名	
题号	
1	
2	
3	
4	
5	
6	
11	
12	
13	

10. 记方程 $x^2 - x - m = 0$ 的解构成的集合为 M , 若 $2 \in M$, 试写出集合 M 中的所有元素, 并用列举法表示集合 M .

思维探索

15. 设 A 是整数集的一个非空子集, 对于 $k \in A$, 若 $k-1 \notin A$, 且 $k+1 \notin A$, 则称 k 是 A 的一个“孤立元”. 给定集合 $S = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8\}$, 在由 S 的三个元素构成的所有集合中, 不含“孤立元”的集合个数为_____.
16. 由 $a^2, 2-a, 4$ 所组成的集合记为 A .
- (1) 是否存在实数 a , 使得 A 中只含有一个元素? 若存在, 求出 a 的值; 若不存在, 请说明理由.
- (2) 若 A 中只含有两个元素, 求 a 的值.

综合提升

11. 已知集合 $A = \{1, 2, 3, 4, 5\}$, 集合 $B = \{(x, y) \mid x \in A, y \in A, x - y \in A\}$, 则 B 中所含元素的个数为 ()
- A. 3 B. 6
- C. 8 D. 10
12. 已知集合 $P = \{x \mid x = 2k, k \in \mathbf{Z}\}$, $Q = \{x \mid x = 2k - 1, k \in \mathbf{Z}\}$, $M = \{x \mid x = 4k + 1, k \in \mathbf{Z}\}$, 且 $a \in P, b \in Q$, 则 ()
- A. $a + b \in P$ B. $a + b \in Q$
- C. $a + b \in M$ D. 以上都不对
13. (多选题) [2024 · 浙江温州十校联合体高一联考] 已知集合 $A = \{x \mid ax^2 + 2\sqrt{2}x + a - 1 = 0\}$ 中只有 1 个元素, 则 a 的取值可能为 ()
- A. 0 B. 2
- C. -1 D. 4
14. 含有三个实数的集合可表示为 $\left\{a, \frac{b}{a}, 1\right\}$, 也可以表示为 $\{a^2, a + b, 0\}$, 则 $a^{2023} + b^{2024}$ 的值为_____.

1.2 集合间的基本关系

基础巩固

1. 下列结论正确的是 ()

A. $\emptyset = \{0\}$ B. $\sqrt{3} \in \mathbf{Q}$
C. $\mathbf{N} \subseteq \mathbf{Z}$ D. $\{a\} \in \{a, b, c\}$

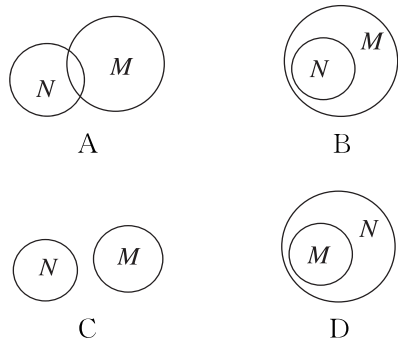
2. [2024·浙江杭州高一期中] 若集合 $X = \{x \mid x > -1\}$, 则下列关系式中成立的为 ()

A. $0 \subseteq X$ B. $\{0\} \in X$
C. $\emptyset \in X$ D. $\{0\} \subseteq X$

3. 集合 $A = \{1, 2, 4\}$, 则集合 A 的真子集个数为 ()

A. 5 B. 6
C. 7 D. 8

4. 能正确表示集合 $M = \{x \in \mathbf{R} \mid 0 \leq x \leq 1\}$ 和集合 $N = \{x \in \mathbf{R} \mid x^2 = x\}$ 关系的 Venn 图的是 ()



5. (多选题) 已知集合 $A = \{0, 1\}$, $B = \{x \mid x \in A\}$, $C = \{x \mid x \subseteq A\}$, 则关于集合 A, B, C 之间的关系, 下列说法正确的有 ()

A. $A = B$ B. $A \subsetneq B$
C. $A \in C$ D. $A \subseteq C$

6. 已知集合 $A = \{1, 3, a^2\}$, $B = \{1, a+2\}$, $B \subseteq A$, 则实数 a 的取值集合为 ()

A. $\{2\}$ B. $\{-1, 2\}$
C. $\{1, 2\}$ D. $\{0, 2\}$

7. 若 $\{a^2, 0, -1\} = \{a, b, 0\}$, 则 $a - b =$ _____.

8. 设集合 $A = \{0, 1\}$, $B = \{1, 2\}$, $C = \{x \mid x = a + b, a \in A, b \in B\}$, 则集合 C 的真子集的个数为 _____.

9. 已知集合 $M = \{x \in \mathbf{N} \mid x < 2\}$, $N = \{x \in \mathbf{Z} \mid -2 < x < 2\}$.

(1) 写出集合 M 的子集、真子集.

(2) 求集合 N 的子集及其个数、真子集及其个数和非空真子集及其个数.

10. 已知集合 $A = \{x \mid 2x \leq 3x + 1 \leq 2x + 4\}$, $B = \{x \mid m + 1 \leq x - m \leq 2\}$, 若 $B \subseteq A$, 求实数 m 的取值范围.

班级	
姓名	
题号	答案
1	
2	
3	
4	
5	
6	
11	
12	
13	

综合提升

11. 已知集合 $M = \left\{ x \mid x = \frac{k}{2} + \frac{1}{4}, k \in \mathbf{Z} \right\}, N = \left\{ x \mid x = \frac{k}{4} + \frac{1}{2}, k \in \mathbf{Z} \right\}$, 则 ()

- A. $M = N$
- B. $M \subseteq N$
- C. $M \supseteq N$
- D. M 与 N 的关系不确定

12. [2024 · 山东淄博七中高一月考] 已知集合

$M = \left\{ m \mid m = \frac{x}{|x|} + \frac{y}{|y|} + \frac{z}{|z|} + \frac{xyz}{|xyz|}, x, y, z \text{ 为非零实数} \right\}$, 则 M 的子集个数是 ()

- A. 2
- B. 8
- C. 4
- D. 16

13. [2024 · 福建南安侨光中学高一月考] 若 $x \in A$, 则 $\frac{1}{x} \in A$, 就称 A 是和美集合, 集合 $M = \left\{ -1, 0, \frac{1}{2}, \frac{1}{3}, 1, 3 \right\}$ 的所有非空子集中是和美集合的个数为 ()

- A. 4
- B. 5
- C. 6
- D. 7

14. 已知集合 $A = \{ x \mid 2ax^2 + (2a - 8)x + 1 = 0 \}$ 有且仅有两个子集, 则 a 的取值集合为_____.

思维探索

15. 对于含有有限个元素的数集, 定义“元素和”如下: 把集合中的各数相加; 定义“交替和”如下: 把集合中的数按从大到小的顺序排列, 然后从最大的数开始交替减加各数. 例如 $\{4, 6, 9\}$ 的元素和是 $4 + 6 + 9 = 19$, 交替和是 $9 - 6 + 4 = 7$, 而 $\{5\}$ 的元素和与交替和都是 5. 则集合 $\{1, 2, 3\}$ 的所有非空子集的交替和的总和为_____.

16. 设集合 $A = \{ x \mid x^2 + 4x = 0, x \in \mathbf{R} \}, B = \{ x \mid x^2 + 2(a + 1)x + a^2 - 1 = 0, x \in \mathbf{R} \}$.

(1) 若 $A = B$, 求 a 的值.

(2) 若 $B \subseteq A$, 求实数 a 的取值范围.

1.3 集合的基本运算

第1课时 集合的并集、交集

基础巩固

1. 已知集合 $A = \{x \mid x - 3 \leq 0\}$, $B = \{0, 2, 4\}$, 则 $A \cap B =$ ()

A. $\{0, 2\}$ B. $\{0, 2, 4\}$
C. $\{x \mid x \leq 3\}$ D. $\{x \mid 0 \leq x \leq 3\}$

2. [2024 · 广西玉林高一期中] 已知集合 $A = \{x \mid 1 \leq x \leq 4\}$, $B = \{x \mid 2 < x < 5\}$, 则 $A \cup B =$ ()

A. $\{x \mid 2 < x \leq 4\}$ B. $\{x \mid 2 \leq x \leq 4\}$
C. $\{x \mid 1 \leq x < 5\}$ D. $\{x \mid 1 < x < 5\}$

3. [2024 · 山东青岛十九中高一月考] 已知集合 $A = \{x \mid x^2 - 2x - 3 = 0\}$, $B = \{y \mid y = (-1)^x, x \in \mathbf{N}\}$, 则 $A \cup B =$ ()

A. $\{1, 3\}$ B. $\{-1, 3\}$
C. $\{-1, 1, 3\}$ D. $\{-1\}$

4. 设集合 $A = \{-1, 1, 2, 3, 5\}$, $B = \{2, 3, 4\}$, $C = \{x \in \mathbf{R} \mid 1 \leq x < 3\}$, 则 $(A \cap C) \cup B =$ ()

A. $\{2\}$ B. $\{2, 3\}$
C. $\{-1, 2, 3\}$ D. $\{1, 2, 3, 4\}$

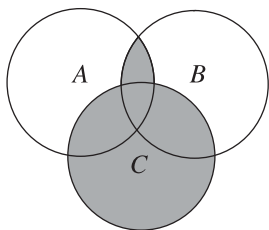
5. 已知集合 $A = \{x \mid 1 < x < 3\}$, $B = \{x \mid 2m < x < 1 - m\}$, 若 $A \cap B = \emptyset$, 则实数 m 的取值范围是

()

A. $m \geq \frac{1}{3}$ B. $0 \leq m < \frac{1}{3}$
C. $m \leq 0$ D. $m \geq 0$

6. 下列表示图中的阴影部分的是 ()

A. $(A \cup C) \cap (B \cup C)$
B. $(A \cup B) \cap (A \cup C)$
C. $(A \cup B) \cap (B \cup C)$
D. $(A \cup B) \cap C$



7. 已知集合 $A = \mathbf{N}$, $B = \{-2, -1, 0, 1, 2\}$, 则 $A \cap B =$ _____.

8. 已知 $A = \{(x, y) \mid xy = 12\}$, $B = \{(x, y) \mid x, y \in \mathbf{N}, y < x\}$, 则 $A \cap B =$ _____.

9. 已知集合 $A = \{x \mid 4 \leq x < 8\}$, $B = \{x \mid 2 \leq x \leq 10\}$, $C = \{x \mid x < 2a\}$.

(1) 求 $A \cup B$;

(2) 若 $A \cap C \neq \emptyset$, 求 a 的取值范围.

10. 已知集合 $A = \{x \mid x^2 + ax + b = 0\}$, $B = \{x \mid x^2 + cx + 6 = 0\}$, $A \cup B = \{2, 3\}$, $A \cap B = \{3\}$, 求 a, b, c 的值.

班级	
姓名	
题号	
1	
2	
3	
4	
5	
6	
11	
12	
13	
15	

综合提升

11. [2024·重庆八中高一月考] 已知集合 $A = \{1, 3, \sqrt{m}\}$, $B = \{1, m\}$, 且 $A \cup B = A$, 则 m 等于 ()

A. 0 或 3 B. 0 或 $\sqrt{3}$
C. 1 或 $\sqrt{3}$ D. 1 或 3 或 0

12. 设集合 A, B, C 均为非空集合, 则下列说法正确的是 ()

A. 若 $A \cap B = B \cap C$, 则 $A = C$
B. 若 $A \cup B = B \cup C$, 则 $A = C$
C. 若 $A \cup B = B \cap C$, 则 $C \subseteq B$
D. 若 $A \cap B = B \cup C$, 则 $C \subseteq B$

13. [2024·重庆一中中高一月考] 已知集合 $A = \{x | x^2 - ax + 1 = 0, x \in \mathbf{R}\}$, $B = \{x | x > 0\}$, 若 $A \cap B = \emptyset$, 则实数 a 的取值范围为 ()

A. $a < 2$ B. $-2 < a < 2$
C. $a > -2$ D. $a \geq 2$

14. [2024·广东深圳名校高一联考] 某社区老年大学秋季班开课, 开设课程有舞蹈、太极、声乐. 已知秋季班课程共有 90 人报名, 其中有 45 人报名舞蹈, 有 26 人报名太极, 有 33 人报名声乐, 同时报名舞蹈和报名声乐的有 8 人, 同时报名声乐和报名太极的有 5 人, 没有人同时报名三门课程, 现有下列四个结论:

①同时报名舞蹈和报名太极的有 3 人;
②只报名舞蹈的有 36 人;
③只报名声乐的有 20 人;
④报名两门课程的有 14 人.

其中所有正确结论的序号是_____.

思维探索

15. (多选题) 已知集合 $A = \{x \in \mathbf{Z} | -5 < x < 2\}$, $B = \{x | x^2 + 2ax + a^2 - 4 = 0\}$. 若 $A \cap B$ 中恰有 2 个元素, 则实数 a 的值可以为 ()

A. 2 B. 1
C. -1 D. -2

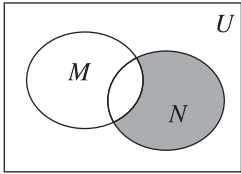
16. 已知集合 $A = \{x | x^2 + 4x - 5 = 0\}$, $B = \{x | x^2 + 2(a+2)x + a^2 + 2a - 2 = 0\}$.

(1) 若 $A \cap B = \{1\}$, 求实数 a 的值;

(2) 若 $A \cup B = A$, 求实数 a 的取值范围.

第2课时 集合的全集、补集

基础巩固

- 已知全集 $U = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$, $A = \{2, 4, 6\}$, 则 $\complement_U A =$ ()
 A. $\{2, 4, 6\}$ B. $\{1, 3, 5\}$
 C. $\{2, 4, 5\}$ D. $\{2, 5\}$
- 已知全集 U 为 $\mathbf{R}$, 集合 $A = \{x | -1 \leq x < 2\}$, 则 $\complement_U A =$ ()
 A. $\{x | x < -1, \text{或 } x \geq 2\}$
 B. $\{x | -1 < x \leq 2\}$
 C. $\{x | x \leq -1, \text{或 } x > 2\}$
 D. $\{x | -1 \leq x < 2\}$
- 设全集 $U = \{-3, -2, 1, 2, 3\}$, 集合 $A = \{1, 2\}$, $B = \{-3, 2, 3\}$, 则 $A \cap (\complement_U B) =$ ()
 A. $\{-3, 3\}$ B. $\{2\}$
 C. $\{1\}$ D. $\{-2, 1, 3\}$
- 设全集 $U = \{3, 1, a^2 - 2a + 1\}$, 集合 $A = \{1, 3\}$, $\complement_U A = \{0\}$, 则实数 a 的值为 ()
 A. 0 B. 1
 C. -2 D. -1
- [2024·安徽阜阳三中高一月考] 已知 $U = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\}$, $A = \{1, 3, 5, 7\}$, 则 $\complement_U A$ 的非空子集的个数为 ()
 A. 6 B. 7
 C. 8 D. 9
- (多选题)[2024·河北保定部分高中高一联考] 如图, U 是全集, M, N 是 U 的两个子集, 则图中的阴影部分可以表示为 ()


- $(\complement_U M) \cap (\complement_U N)$
- $(\complement_U M) \cap N$
- $M \cup (\complement_U N)$
- $N \cap \complement_U (M \cap N)$

- 已知全集 $U = \{-1, 0, 1, 2, 3\}$, 集合 A 满足 $\complement_U A = \{0, 1, 3\}$, 则 $A =$ ()
 A. $\{0, 2\}$ B. $\{-1, 2\}$
 C. $\{-1, 0, 2\}$ D. $\{0\}$
- 已知全集 $U = \{x | 1 \leq x \leq 5\}$, $A = \{x | 1 \leq x < a\}$, 若 $\complement_U A = \{x | 2 \leq x \leq 5\}$, 则 $a =$ _____.
- 设集合 $U = \{x | x \leq 5\}$, $A = \{x | 1 \leq x \leq 2\}$, $B = \{x | -1 \leq x \leq 4\}$.
 求: (1) $A \cap B$; (2) $\complement_U (A \cup B)$; (3) $(\complement_U A) \cap (\complement_U B)$.
- 已知全集为 $\mathbf{R}$, 集合 $A = \{x | x < 1\}$, 集合 $B = \{x | x > 3, \text{或 } x < -2\}$.
 (1) 求 $A \cup B, A \cap (\complement_{\mathbf{R}} B)$;
 (2) 设 $D = A \cap (\complement_{\mathbf{R}} B)$, 若 $C = \{x | 1 - m < x < m\}, C \subseteq D$, 求实数 m 的取值范围.

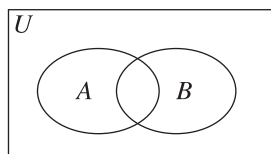
班级	
姓名	
题号	答案
1	
2	
3	
4	
5	
6	
7	
11	
12	
15	

综合提升

11. 已知集合 $U = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$, $A = \{1, 2, 3\}$, $B = \{2, 3, 4, 5\}$, 则 $(\complement_U A) \cap (\complement_U B) =$ ()
- A. $\{1, 6\}$ B. $\{6\}$
- C. $\{2, 3\}$ D. $\{1, 4, 5, 6\}$
12. [2024 · 浙江宁波高一期中] 学校开运动会, 设全集为 U , $A = \{x \mid x \text{ 是参加 100 米跑的同学}\}$, $B = \{x \mid x \text{ 是参加 200 米跑的同学}\}$, $C = \{x \mid x \text{ 是参加 400 米跑的同学}\}$. 学校规定, 每个参加上述比赛的同学最多只能参加两项比赛, 则可以正确说明这项规定的是 ()
- A. $(A \cap B) \cup C = \emptyset$
- B. $(A \cup B) \cap C = \emptyset$
- C. $(\complement_U A) \cap (\complement_U B) = \emptyset$
- D. $(A \cap B) \cap C = \emptyset$
13. [2024 · 浙江 A9 协作体联盟高一期中] 已知全集 $U = \{1, 2, m^2\}$, 集合 $A = \{2, m+1\}$, $\complement_U A = \{m\}$, 则实数 m 的值为_____.
14. 设集合 $A = \{x \mid x \leq a\}$, $B = \{x \mid x \geq 2\}$, 若 $(\complement_{\mathbb{R}} B) \cup A = A$, 则 a 的取值范围为_____.

思维探索

15. (多选题) 对于集合 A, B , 我们把集合 $\{x \mid x \in A \text{ 且 } x \notin B\}$ 叫作集合 A 和 B 的差集, 记作 $A - B$, 例如: $A = \{1, 2, 3, 4, 5\}$, $B = \{4, 5, 6, 7, 8\}$, 则有 $A - B = \{1, 2, 3\}$, $B - A = \{6, 7, 8\}$. 下列说法正确的是 ()
- A. 若 $A = \{4, 5, 6, 7, 9\}$, $B = \{3, 5, 6, 8, 9\}$, 则 $B - A = \{3, 7, 8\}$
- B. 若 $A = \{x \mid x < -1 \text{ 或 } x > 3\}$, $B = \{x \mid -2 \leq x < 4\}$, 则 $A - B = \{x \mid x < -2 \text{ 或 } x \geq 4\}$
- C. 若 $A - B = \emptyset$, 则 $A \subseteq B$
- D. 若全集 U 、集合 A 、集合 B 的关系如图所示, 则 $A - B = A \cap (\complement_U B)$



16. 设全集 $U = \mathbb{R}$, 集合 $A = \{x \mid x^2 + 4x + a = 0\}$, $B = \{x \mid x^2 + bx - 2 = 0\}$.
- (1) 若集合 A 中恰有一个元素, 求实数 a 的值;
- (2) 若 $(\complement_U A) \cap B = \{2\}$, $(\complement_U B) \cap A = \{-3\}$, 求 $A \cup B$.

► 滚动习题 (一)

范围 1.1~1.3

(时间:45 分钟 分值:100 分)

一、单项选择题(本大题共 6 小题,每小题 5 分,共 30 分)

1. 已知集合 $A = \{4, 5, 6\}$, $B = \{3, 6, 5\}$, 则 $A \cup B =$ ()

- A. $\{3, 4, 5, 6\}$ B. $\{5, 6\}$
C. $\{3, 4, 6\}$ D. $\emptyset$

2. [2024·江苏扬州五校高一月考] 若集合 $A = \{x | -1 \leq x \leq 4, x \in \mathbf{N}\}$, 则集合 A 中的元素个数为 ()

- A. 3 B. 4
C. 5 D. 6

3. 设全集 $U = \{x \in \mathbf{N} | x < 6\}$, 集合 $A = \{1, 3\}$, $B = \{2, 4\}$, 则 $\complement_U(A \cup B) =$ ()

- A. $\{1, 2, 3, 4\}$ B. $\{5\}$
C. $\{0, 5\}$ D. $\{2, 4\}$

4. 设全集 $U = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$, A, B 是 U 的两个子集, 集合 $A = \{1, 2, 3, 5\}$, 则满足 $A \cap B = \{1, 2\}$ 的集合 B 共有 ()

- A. 4 个 B. 8 个
C. 6 个 D. 2 个

5. 已知集合 $A = \{12, a^2 + 4a, a - 2\}$, 且 $-3 \in A$, 则 $a =$ ()

- A. -1 B. -2
C. 3 D. -3

6. [2024·天津河西区高一期中] 已知集合 $A = \{2, -2\}$, $B = \{x | x^2 - ax + 4 = 0\}$, 若 $A \cup B = A$, 则实数 a 的取值集合为 ()

- A. $\{a | -4 < a < 4\}$
B. $\{a | -2 < a < 2\}$
C. $\{-4, 4\}$
D. $\{a | -4 \leq a \leq 4\}$

二、多项选择题(本大题共 2 小题,每小题 6 分,共 12 分)

7. 已知非空集合 M 满足: ① $M \subseteq \{-2, -1, 1, 2, 3, 4\}$; ② 若 $x \in M$, 则 $x^2 \in M$. 则集合 M 可能是 ()

- A. $\{-1, 1\}$ B. $\{-1, 1, 2, 4\}$
C. $\{1\}$ D. $\{1, -2, 2\}$

8. 若集合 M, N 满足 $M \subseteq N \subseteq U$ (其中 U 为全集), 则下列结论正确的是 ()

- A. $M \cap N = M$ B. $(\complement_U M) \subseteq (\complement_U N)$
C. $M \subseteq (M \cap N)$ D. $\complement_U(M \cup N) = \complement_U N$

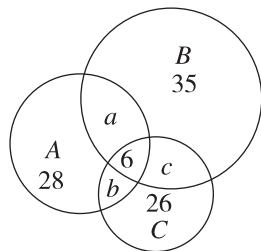
三、填空题(本大题共 4 小题,每小题 5 分,共 20 分)

9. 集合 $\left\{a \mid \frac{6}{a} \in \mathbf{N}, a \in \mathbf{N}\right\}$ 用列举法表示为 _____.

10. 已知集合 $A = \{(x, y) | x + y = 4, x, y \in \mathbf{N}^*\}$, 则 A 的真子集有 _____ 个.

11. [2024·河北师大附中高一月考] 已知全集 $U = \{x \in \mathbf{Z} | -5 < x \leq 4\}$, $A \subseteq U, B \subseteq U$, 且 $(\complement_U A) \cap B = \{-2, 3\}$, $(\complement_U B) \cap A = \{-4, 4\}$, $A \cap B = \emptyset$, 则集合 $(\complement_U A) \cap (\complement_U B) =$ _____.

12. 某社团有若干名社员, 他们至少参加了 A, B, C 三项活动中的一项. 已知参加 A 活动的有 51 人, 参加 B 活动的有 60 人, 参加 C 活动的有 50 人, 如图, 则图中 $a =$ _____, $b =$ _____, $c =$ _____.



班级	
姓名	
题号	答题区
1	
2	
3	
4	
5	
6	
7	
8	

四、解答题(本大题共 3 小题,共 38 分)

13. (10 分)[2024·辽宁沈阳高一期中] 已知集合 $A = \{x \mid 2a \leq x \leq a + 3\}$, $B = \{x \mid -1 \leq x \leq 7\}$, $C = \{x \mid x < 1 \text{ 或 } x > 3\}$.
- (1) 当 $a = -1$ 时,求 $(A \cap B) \cup C$;
- (2) 若 $A \cup C = \mathbf{R}$,且 a 为整数,求 $\complement_B A$.

14. (13 分) 已知集合 $A = \{x \in \mathbf{R} \mid ax^2 + 2x + 1 = 0\}$,其中 $a \in \mathbf{R}$.
- (1) 若集合 A 中有且仅有一个元素,求实数 a 组成的集合 B .
- (2) 若集合 A 中至多有一个元素,求实数 a 的取值范围.

15. (15 分) 已知集合 $A = \{x \mid -1 < x < 2\}$, $B = \{x \mid m - 1 \leq x \leq m + 1\}$.
- (1) 若 $m = 1$,求 $A \cup B$;
- (2) 在① $\complement_{\mathbf{R}} A \subseteq \complement_{\mathbf{R}} B$,② $A \cup B = A$,③ $A \cap B = B$ 中任选一个作为已知,求实数 m 的取值范围.
- 注:若选择多个条件分别解答,则按第一个解答计分.

1.4 充分条件与必要条件

1.4.1 充分条件与必要条件

基础巩固

1. 设 a 是实数, 则 $a > 2$ 的一个必要条件是 ()
A. $a > 3$ B. $a < 1$
C. $a < 5$ D. $a > 1$
2. 使不等式 $-5x + 3 \geq 0$ 成立的一个充分条件是 ()
A. $x < 0$ B. $x \geq 0$
C. $x \leq 1$ D. $x > 1$
3. 钱大姐常说“好货不便宜”, 她这句话的意思是“好货”是“不便宜”的 ()
A. 充分条件
B. 必要条件
C. 无法判断
D. 充分条件也是必要条件
4. 下列选项中, p 不是 q 的充分条件的是 ()
A. $p: a$ 是无理数, $q: a^2$ 是无理数
B. p : 四边形为等腰梯形, q : 四边形对角线相等
C. $p: x > 2, q: x \geq 1$
D. $p: a = b, q: ac^2 = bc^2$
5. 若集合 $P = \{1, 2, 3, 4\}, Q = \{x | x \leq 0 \text{ 或 } x \geq 5\}$, 则“ $x \in P$ ”是“ $x \in \complement_{\mathbb{R}} Q$ ”的 ()
A. 充分不必要条件
B. 必要不充分条件
C. 既是充分条件又是必要条件
D. 既不充分也不必要条件
6. 若不等式 $-a < x < a$ 成立的一个充分条件为 $0 < x < 1$, 则实数 a 的取值范围是 ()
A. $0 < a \leq 1$ B. $0 < a < 1$
C. $a \geq 1$ D. $a > 1$
7. 已知 α : 四边形 $ABCD$ 是正方形, β : 四边形 $ABCD$ 的四个角都是直角, 则 α 是 β 的 _____ 条件. (填“充分不必要”“必要不充分”“既充分又必要”或“既不充分也不必要”)

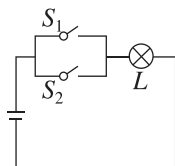
8. [2024 · 北京延庆区高一期中] 使 $2x > 3$ 成立的一个充分不必要条件为 _____.
9. 判断下列情况中 p 是 q 的什么条件.
(1) 设 x, y 是实数, $p: x > y, q: |x| > |y|$;
(2) $p: a \in \mathbb{N}, q: a \in \mathbb{Z}$;
(3) 设点 A 与 D 不重合, p : 点 D 在 $\triangle ABC$ 的边 BC 的中线上, $q: S_{\triangle ABD} = S_{\triangle ACD}$.

班级	
姓名	
题号	
1	
2	
3	
4	
5	
6	
11	
12	
13	

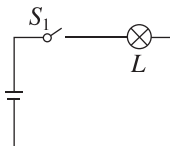
10. [2024·浙江台州一中高一月考] 已知集合 $A = \{x \mid 1 < x < 3\}$, 集合 $B = \{x \mid 2m < x < 1-m\}$.
- (1) 若 $A \cap B = \emptyset$, 求实数 m 的取值范围;
- (2) 若 $p: x \in A, q: x \in B, p$ 是 q 的充分条件, 求实数 m 的取值范围.

综合提升

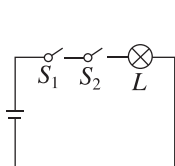
11. 已知 $a, b \in \mathbf{R}$, 则“ $ab=0$ ”的一个充分条件是 ()
- A. $a-b=0$ B. $a+b=0$
- C. $a^2-b^2=0$ D. $a^2+b^2=0$
12. (多选题) 设计如图所示的四个电路图, 条件 A: 开关 S_1 闭合; 条件 B: 灯泡 L 亮. 则满足 A 是 B 的必要条件的电路图为 ()



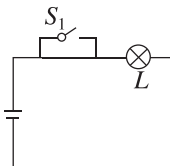
A



B



C



D

13. (多选题) 已知集合 $A = \{x \mid -1 < x < 3\}$, 集合 $B = \{x \mid x < m+1\}$, 则 $A \cap B = \emptyset$ 的一个充分不必要条件可以是 ()
- A. $m \leq -2$ B. $m < -2$
- C. $m < 2$ D. $-4 < m < -3$
14. [2024·福州一中高一期中] 已知 p : 方程 $ax^2 + 2x + 1 = 0$ 至少有一个负实根, 若 p 为真命题的一个必要不充分条件为 $a \leq m+1$, 则实数 m 的取值范围是_____.

思维探索

15. [2024·人大附中高一月考] 已知 $[x]$ 表示不大于 x 的最大整数, $A = \{y \mid y = x - [x]\}$, $B = \{y \mid 0 \leq y \leq m\}$, 若 $y \in A$ 是 $y \in B$ 的充分不必要条件, 则 m 的取值范围是_____.
16. [2024·广东佛山南海区石门中学月考] 已知集合 $A = \{x \in \mathbf{Z} \mid \text{点}(x-1, x-a) \text{ 不在第一、三象限}\}$, 集合 $B = \{t \mid 1 \leq t < 3\}$, 若“ $y \in B$ ”是“ $y \in A$ ”的必要条件, 则实数 a 的取值范围是_____.

1.4.2 充要条件

基础巩固

- “ $x > 4$ ”是“ $x > 2$ ”的 ()
 - 充分不必要条件
 - 必要不充分条件
 - 充要条件
 - 既不充分也不必要条件
- [2024·天津河北区高一期中] “两个三角形相似”是“两个三角形的三边对应成比例”的 ()
 - 充分不必要条件
 - 必要不充分条件
 - 充要条件
 - 既不充分也不必要条件
- “ $a = 0$ ”是“关于 x 的不等式 $ax - b \geq 1$ 的解集为 $\mathbf{R}$ ”的 ()
 - 充分不必要条件
 - 必要不充分条件
 - 充要条件
 - 既不充分也不必要条件
- 设 $a, b, c \in \mathbf{R}$, 则“ $abc = 0$ ”是“ $a^4 + b^4 + c^4 = 0$ ”的 ()
 - 充分不必要条件
 - 必要不充分条件
 - 既不充分也不必要条件
 - 充要条件
- “等式 $|a + b| = ||a| - |b||$ 成立”的充要条件是 ()
 - $ab = 0$
 - $ab > 0$
 - $ab \geq 0$
 - $ab \leq 0$
- (多选题) $ab > 0$ 的一个充分不必要条件可以是 ()
 - $a > 0, b > 0$
 - $a + b > 0$
 - $a < 0, b < 0$
 - $a > 1, b > 1$
- 下列条件可作为“两条直线平行”的充要条件的是_____. (填序号)
 - 同位角相等; ②内错角相等; ③同旁内角互补;
 - 同旁内角相等.
- 若“ $x < -2$ ”是“ $x \leq a$ ”的必要不充分条件, 则 a 的取值范围是_____.
- 指出下列各题中 p 是 q 的什么条件(在“充分不必要条件”“必要不充分条件”“充要条件”“既不充分也不必要条件”中选一个作答).
 - $p: x - 3 = 0, q: (x - 2)(x - 3) = 0$;
 - p : 两个三角形相似, q : 两个三角形全等;
 - p : 关于 x 的方程 $ax^2 + 2x - 1 = 0$ 有两个不相等的实数根, $q: a > -1$;
 - $p: A \cup B = A, q: A \cap B = B$.

班级	
姓名	
答题区	题号
	1
	2
	3
	4
	5
	6
	11
	12

10. 求证:一次函数 $y=kx+b(k \neq 0)$ 的图象经过坐标原点的充要条件是 $b=0$.

思维探索

15. [2024·四川广元中学高一月考] “ a, b 至少有一个不为 0”是“ $a^2+b^2 \neq 0$ ”的 _____ 条件.(用“充要”“充分不必要”“必要不充分”“既不充分也不必要”填空)
16. [2024·重庆八中高一月考] 已知 $\triangle ABC$ 的三边长为 a, b, c , 其中 $a=2$. 求证:“ $\triangle ABC$ 为等边三角形”的充要条件是“ $b^2+c^2-2(b+c)=bc-4$ ”.

综合提升

11. [2024·河南开封高一期中] 已知集合 $A=\{x|x=3k, k \in \mathbf{N}\}$, $B=\{x|x=6z, z \in \mathbf{N}\}$, 则“ $x \in A$ ”是“ $x \in B$ ”的 _____ ()
- A. 充分不必要条件
B. 必要不充分条件
C. 充要条件
D. 既不充分也不必要条件
12. 一元二次方程 $ax^2+2x+1=0(a \neq 0)$ 有一个正根和一个负根的充分不必要条件可以是 ()
- A. $a < 0$ B. $a > 0$
C. $a < -1$ D. $a > 1$
13. [2024·广东深圳高一期中] 设集合 $A=\{x|x>2\}$, $B=\{x|x<0\}$, $C=\{x|x<0 \text{ 或 } x>2\}$, 则“ $x \in (A \cup B)$ ”是“ $x \in C$ ”的 _____ 条件.(填“充分不必要”“必要不充分”“充要”或“既不充分也不必要”)
14. 抛物线 $y=x^2+mx+1$ 关于直线 $x=1$ 对称的充要条件是 $m=$ _____.

1.5 全称量词与存在量词

1.5.1 全称量词与存在量词

基础巩固

- 下列命题中为全称量词命题的是 ()
 - 有些实数没有倒数
 - 所有的矩形都有外接圆
 - 存在一个实数与它的相反数的和为0
 - 过直线外一点有一条直线和已知直线平行
- 命题“ $\forall x \in \mathbf{R}, x^2 > 3$ ”的另一种写法是 ()
 - 有一个 $x \in \mathbf{R}$, 使得 $x^2 > 3$
 - 有一些 $x \in \mathbf{R}$, 使得 $x^2 > 3$
 - 对任意的 $x \in \mathbf{R}$, 都有 $x^2 > 3$
 - 至少有一个 $x \in \mathbf{R}$, 使得 $x^2 > 3$
- 已知集合 $P = \{1, 2, 4, 5, 6\}, M = \{2, 4, 6\}$, 则下列命题中为真命题的是 ()
 - $\forall x \in P, x \in M$
 - $\forall x \in P, x \notin M$
 - $\exists x \in M, x \notin P$
 - $\exists x \in P, x \notin M$
- (多选题) 下列命题中是存在量词命题的是 ()
 - 有些自然数是13的约数
 - 正方形是菱形
 - 能被6整除的数也能被3整除
 - 存在 $x \in \mathbf{R}$, 使得 $|x| \leq 0$
- 下列命题中, 既是全称量词命题又是真命题的是 ()
 - 每一个命题都能判断真假
 - 存在一条直线与两条相交直线都平行
 - 对任意实数 a, b , 若 $a < b$, 则 $a^2 < b^2$
 - 存在 $x \in \mathbf{R}$, 使 $\sqrt{x^2 - x + 1} = 0$
- 下列存在量词命题中是假命题的是 ()
 - 存在 $x \in \mathbf{Q}$, 使 $2x - x^3 = 0$
 - 存在 $x \in \mathbf{R}$, 使 $x^2 + x + 1 = 0$
 - 有的素数是偶数
 - 有的有理数没有倒数
- 命题“ $\exists x \in \mathbf{R}, x^2 + 2x + 5 = 0$ ”是 _____ (填“全称量词命题”或“存在量词命题”), 它是 _____ (填“真”或“假”)命题.
- [2024 · 福建厦门十中高一月考] 已知命题“ $\exists x \in \mathbf{R}, x^2 + 2x + a = 0$ ”为假命题, 则实数 a 的取值范围是 _____.
- 指出下列命题中, 哪些是全称量词命题, 哪些是存在量词命题, 并判断其真假.
 - 对任意 $x \in \mathbf{R}$, 都有 $x^2 + 1 \geq 2$;
 - 存在一个四边形不是平行四边形;
 - 直角坐标系内任何一条直线都与 x 轴有交点;
 - 每个二次函数都有最小值;
 - 存在实数 x , 使得 $x^2 - 3x - 4 = 0$;
 - 存在一对整数 x, y , 使得 $2x + 4y = 6$.

班级	
姓名	
题号	答案
1	
2	
3	
4	
5	
6	
11	
12	
13	
15	

10. 若对于一切 $x \in \mathbf{R}$ 且 $x \neq 0$, 都有 $|x| > ax$, 求实数 a 的取值范围.

14. 已知真分数 $\frac{a}{b} (b > a > 0)$ 满足 $\frac{a+1}{b+1} > \frac{a}{b}, \frac{a+2}{b+2} > \frac{a+1}{b+1}, \frac{a+3}{b+3} > \frac{a+2}{b+2}, \dots$. 根据上述性质, 写出一个全称量词命题为 _____.

思维探索

15. [2024 · 山东青岛平度一中高一月考] 命题 “ $\exists x \in \mathbf{R}, 4x^2 + (a-2)x + \frac{1}{4} = 0$ ” 是假命题的一个必要不充分条件是 ()

- A. $a < 0$ B. $0 \leq a \leq 4$
C. $a \geq 4$ D. $0 < a < 4$

16. 已知函数 $y = x^2 - 2x + 5$.

- (1) 若命题 “对于任意 $x \in \mathbf{R}$, 不等式 $m + y > 0$ 恒成立” 为真命题, 求实数 m 的取值范围;
(2) 若命题 “存在实数 x 使不等式 $m - y > 0$ 成立” 为真命题, 求实数 m 的取值范围.

综合提升

11. [2024 · 江西部分学校高一月考] 已知命题 “存在 $x \in \{x | 0 < x < 3\}$, 使得 $2x - m = 0$ 成立” 是假命题, 则实数 m 的取值范围是 ()

- A. $m \leq 0$ 或 $m \geq 6$
B. $m < 0$ 或 $m > 6$
C. $m < 0$ 或 $m \geq 6$
D. $m \leq 0$ 或 $m > 6$

12. 已知 $p: \forall x \in [1, 2],$ 有 $x^2 - a < 0, q: \exists x \in \mathbf{R},$ 使 $x^2 + 2x + 2 - a = 0$. 若 p 和 q 都是真命题, 则实数 a 的取值范围是 ()

- A. $a > 4$ B. $a < 4$
C. $a \geq 1$ D. $a \leq 1$

13. (多选题) [2024 · 安徽桐城中学高一月考] 若 “ $\forall x \in M, |x| > x$ ” 为真命题, “ $\exists x \in M, x > 3$ ” 为假命题, 则集合 M 可以是 ()

- A. $\{x | x < -5\}$
B. $\{x | -3 < x \leq -1\}$
C. $\{x | x > 3\}$
D. $\{x | 0 \leq x \leq 3\}$

1.5.2 全称量词命题和存在量词命题的否定

基础巩固

- [2024·杭州高级中学高一月考] 命题 $p: \forall x \in \mathbf{N}, x^3 > x^2$ 的否定为 ()
 A. $\forall x \in \mathbf{N}, x^3 \leq x^2$ B. $\exists x \notin \mathbf{N}, x^3 \leq x^2$
 C. $\exists x \in \mathbf{N}, x^3 \leq x^2$ D. $\exists x \in \mathbf{N}, x^3 < x^2$
- “至多四个”的否定为 ()
 A. 至少四个 B. 至少五个
 C. 有四个 D. 有五个
- [2024·河北保定部分高中高一联考] 命题“存在 $x \in \mathbf{Q}$, 使得 $x + \sqrt{11}$ 是无理数”的否定是 ()
 A. 存在 $x \in \mathbf{Q}$, 使得 $x + \sqrt{11}$ 不是无理数
 B. 存在 $x \notin \mathbf{Q}$, 使得 $x + \sqrt{11}$ 不是无理数
 C. 对任意 $x \notin \mathbf{Q}$, 都有 $x + \sqrt{11}$ 不是无理数
 D. 对任意 $x \in \mathbf{Q}$, 都有 $x + \sqrt{11}$ 不是无理数
- 命题“任意圆的内接四边形是矩形”的否定为 ()
 A. 每一个圆的内接四边形是矩形
 B. 有的圆的内接四边形不是矩形
 C. 所有圆的内接四边形不是矩形
 D. 存在一个圆的内接四边形是矩形
- 设命题 p : 任一实数的平方都不小于 0, 则命题 p 的否定是 ()
 A. $\exists x \in \mathbf{R}, x^2 \geq 0$
 B. $\forall x \in \mathbf{R}, x^2 < 0$
 C. $\exists x \in \mathbf{R}, x^2 < 0$
 D. $\exists x \in \mathbf{R}, x^2 > 0$
- (多选题) 下列命题的否定为假命题的是 ()
 A. $\forall x \in \mathbf{R}, x^2 - x + \frac{1}{4} \geq 0$
 B. 所有的正方形都是矩形
 C. $\exists x \in \mathbf{R}, x^2 + 2x + 2 \leq 0$
 D. 至少有一个实数 x , 使 $x^2 - 2 = 0$
- 命题“对于所有的实数 x , 都有 $x^2 - x + 1 = 0$ ”可用符号记为 _____, 该命题的否定为 _____.
- 命题“ $\exists x \in \mathbf{Q}, x^2 - x + 1 \in \mathbf{Z}$ ”为 _____ (填“真”或“假”)命题, 其否定为 _____.
- 写出下列命题的否定, 并判断所得命题的真假.
 (1) 存在一个四边形, 它的对角线互相垂直;
 (2) 某些平行四边形是菱形;
 (3) 所有二次函数的图象都开口向上;
 (4) 存在 $x \in \mathbf{Q}$, 使得 $x^2 = 6$.
 (5) 不论 m 取何实数, 方程 $x^2 + 2x - m = 0$ 都有实数根;
 (6) $\exists x \in \mathbf{R}, x^2 + 2x + 5 > 0$.

班级	
姓名	
题号	答案
1	
2	
3	
4	
5	
6	
11	
12	

10. 已知命题 $p: \forall x \in \{x | 1 \leq x \leq 2\}, a \geq x + 1$, 命题 $q: \exists x \in \mathbf{R}, 2x^2 + 5x + a = 0$, 若 p 的否定是假命题, q 是真命题, 求实数 a 的取值范围.

思维探索

15. 设 A, B 为两个非空数集, 且 A 与 B 之间不存在包含关系, 给出下列三个命题:

- ① 对任意的 $x \in A$, 有 $x \notin B$;
- ② 对任意的 $x \in B$, 有 $x \notin A$;
- ③ 存在 $x \in A$, 使得 $x \notin B$.

上述三个命题的否定是真命题的序号是 _____.

16. 某学校开展小组合作学习模式, 高二某班某组王小一同学给组内王小二同学出题如下: 若“ $\exists x \in \mathbf{R}, x^2 + 2x + m \leq 0$ ”是假命题, 求 m 的取值范围. 王小二略加思索, 反手给了王小一一道题: 若“ $\forall x \in \mathbf{R}, x^2 + 2x + m > 0$ ”是真命题, 求 m 的取值范围. 你认为两位同学出的题中 m 的取值范围是否一致? 请说明理由.

综合提升

11. [2024 · 福建三明高一期中] 若命题“ $\forall x \in \mathbf{R}, x^2 - 4x + a \neq 0$ ”为假命题, 则实数 a 的取值范围是 ()
- A. $a \leq 4$ B. $a < 4$
C. $a < -4$ D. $a \geq -4$
12. 已知集合 $A = \{x | 0 \leq x \leq a\}$, 集合 $B = \{x | m^2 + 3 \leq x \leq m^2 + 4\}$, 若命题“ $\exists m \in \mathbf{R}, A \cap B \neq \emptyset$ ”为假命题, 则实数 a 的取值范围为 ()
- A. $a < 3$ B. $a < 4$
C. $1 < a < 5$ D. $0 < a < 4$
13. 若命题“ $\exists x \in \mathbf{R}, x^2 - 2x - a = 0$ ”为假命题, 则实数 a 的取值范围是 _____.
14. [2024 · 福建莆田二中高一月考] 已知 $p: \forall x \in [1, 2],$ 有 $x^2 - a \geq 0, q: \exists x \in \mathbf{R},$ 使 $x^2 + 2ax + 4 = 0$. 若命题 p 的否定和命题 q 都是真命题, 则实数 a 的取值范围是 _____.

► 滚动习题 (二)

范围 1.4~1.5

(时间:45 分钟 分值:100 分)

一、单项选择题(本大题共 6 小题,每小题 5 分,共 30 分)

1. “所有的长方体都有 12 条棱”的否定是 ()

- A. 所有的长方体都没有 12 条棱
- B. 有些长方体没有 12 条棱
- C. 有些长方体有 12 条棱
- D. 所有的长方体不都有 12 条棱

2. [2024·济南高一期中] 已知 $p:0<x<1$, 那么 p 的一个充分条件是 ()

- A. $1<x<3$
- B. $-1<x<1$
- C. $\frac{1}{3}<x<\frac{3}{4}$
- D. $\frac{1}{2}<x<5$

3. 命题“ $\exists x \in \mathbf{Z}, x^2 = \sqrt{2}x - 1$ ”的否定是 ()

- A. $\forall x \in \mathbf{Z}, x^2 \neq \sqrt{2}x - 1$
- B. $\forall x \in \mathbf{Z}, x^2 = \sqrt{2}x - 1$
- C. $\exists x \in \mathbf{Z}, x^2 \neq \sqrt{2}x - 1$
- D. $\exists x \notin \mathbf{Z}, x^2 \neq \sqrt{2}x - 1$

4. 已知集合 $A = \{1, 2, a\}$, $B = \{1, 2, 3\}$, 则“ $a = 3$ ”是“ $A = B$ ”的 ()

- A. 充分不必要条件
- B. 必要不充分条件
- C. 充要条件
- D. 既不充分也不必要条件

5. [2024·浙南名校联盟高一月考] 若 $x_1, x_2 \in \mathbf{R}$, 则“ $(x_1^3 - x_2^3)x_1^2 < 0$ ”是“ $x_1 < x_2$ ”的 ()

- A. 充分不必要条件
- B. 必要不充分条件
- C. 充要条件
- D. 既不充分也不必要条件

6. 已知 $p: \exists x \in \mathbf{R}, x^2 + 2x + a = 0 (a \in \mathbf{R})$, 则 p 为真命题的一个充分不必要条件是 ()

- A. $a > -2$
- B. $a < 2$
- C. $a \leq 1$
- D. $a < 0$

二、多项选择题(本大题共 2 小题,每小题 6 分,共 12 分)

7. [2024·海南华中师大琼中附中高一月考] 下列命题中为真命题的是 ()

- A. $\exists x \in \mathbf{N}, \sqrt{x^2 + 1} \in \mathbf{N}$
- B. 存在集合 A , 使得 $A \subseteq \emptyset$
- C. $\forall x \in \mathbf{N}, x^2 - 2x + 1 > 0$
- D. $\forall x \in \mathbf{R}, 3x^2 + 1 \neq 0$

8. “关于 x 的方程 $x^2 + (m-1)x + 1 = 0$ 至多有一个实数根”的必要条件可以是 ()

- A. $-1 < m < 3$
- B. $-2 < m < 4$
- C. $m < 4$
- D. $-1 \leq m < 2$

三、填空题(本大题共 4 小题,每小题 5 分,共 20 分)

9. 若“ $x = 2$ ”是“ $x^2 - 2x + c = 0$ ”的充分条件, 则 $c =$ _____.

10. 命题“存在一个实数对 (x, y) , 使 $2x + 3y + 3 < 0$ 成立”的否定是“_____”.

11. 已知 $A = \{x \mid |x| < 2\}$, $B = \left\{x \mid \begin{cases} x+2 > 0, \\ x+a < 0 \end{cases}\right\}$, 若 $x \in A$ 是 $x \in B$ 的充分不必要条件, 则实数 a 的取值范围是_____.

12. 对任意 $x \in \{x \mid -2 < x < 4\}$, 一次函数 $y = 2x - m$ 的图象总在 x 轴下方, 则实数 m 的取值范围是_____.

班级	
姓名	
答题区	题号
	1
	2
	3
	4
	5
	6
	7
8	

四、解答题(本大题共 3 小题,共 38 分)

13. (10 分)[2024·贵州遵义高一期中] 判断下列命题是全称量词命题,还是存在量词命题,写出它们的否定并判断所得命题的真假.
- (1) $|a-b| \leq |a|+|b|$ 对一切实数 a, b 恒成立;
- (2) 至少存在一对整数 x, y , 使得 $8x-3y=11$ 成立;
- (3) 有些正方形的对角线不互相垂直.

14. (13 分) 已知 p : 关于 x 的方程 $x^2-2ax+a^2+a-2=0$ 有实数根, $q: m-1 \leq a \leq m+3$.
- (1) 若 p 的否定是真命题, 求实数 a 的取值范围;
- (2) 若 p 是 q 的必要不充分条件, 求实数 m 的取值范围.

15. (15 分) 已知 a, b, c 均为实数, 证明: “ $ac < 0$ ”是“关于 x 的方程 $ax^2+bx+c=0$ 有一个正根和一个负根”的充要条件.